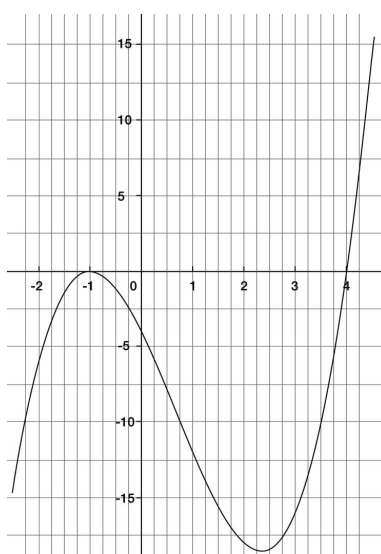
Funciones polinómicas

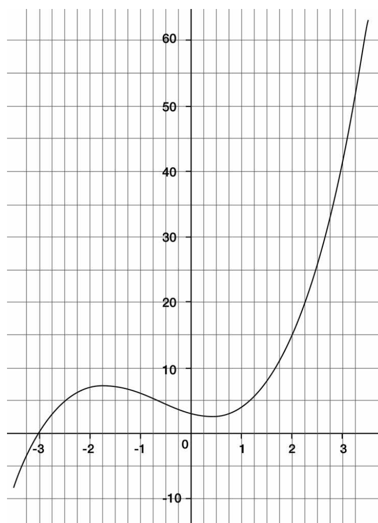
Donde se corta el eje

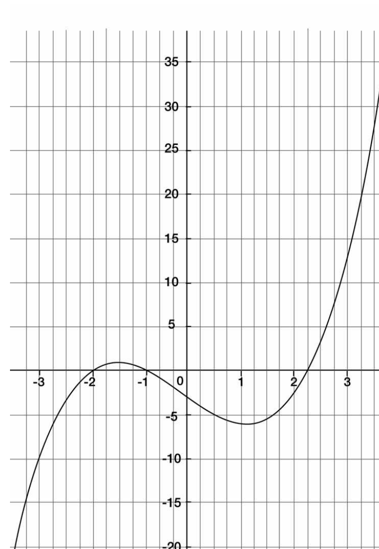
ACTIVIDAD 1

Los siguientes gráficos representan aproximadamente a los polinomios

$P(x) = x^3 + 2x^2 - 2x + 3$; $Q(x) = x^3 - 2x^2 - 7x - 4$ y $F(x) = x^3 + x^2 - 4x - 4$







a. A partir de los datos incluidos en los gráficos, identifiquen qué gráfico corresponde a cada ecuación. Indiquen en cada caso qué datos emplearon y cómo los interpretaron.

b. Indiquen en los gráficos las raíces de cada polinomio. Estimen sus valores, a partir de los gráficos.

c. ¿Qué valor de obtiene al evaluar una función en una raíz? Apliquen ese dato para comprobar si sus estimaciones son correctas para cada uno de los va-lores estimados.

d. Expresen cada polinomio como producto de dos o más factores. Intenten, cuando sea posible, que cada factor sea una expresión lineal.

Pista: para eso pueden emplear un resultado llamado "teorema del resto", que dice que el resto de dividir un polinomio $P(x)$ por $(x – a)$ es $P(a)$, luego si a es raíz, como el resto es 0, $(x – a)$ divide al polinomio.

ACTIVIDAD 2

Tomemos otro ejemplo. Si les piden que hallen las raíces del polinomio $G(x) = 6x^3 - 5x^2 - 2x + 1$, tienen que resolver la ecuación $6x^3 - 5x^2 - 2x + 1 = 0$.

a. Intenten resolverla antes de probar con el método que sugerimos.

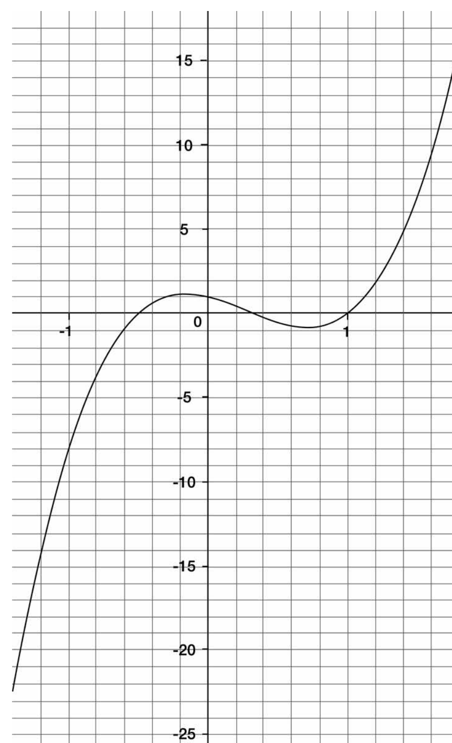
b. Si nos dicen (o si obtenemos por tanteo, o leemos en un gráfico) que $x = 1$ es una raíz (veifíquen-lo), podemos dividir el polinomio $G(x)$ por $(x - 1)$ y rescribirlo; entonces también podemos ree-scribir la ecuación como: $(x - 1)(6x^2 + x - 1) = 0$.

Verifiquen que las ecuaciones son equivalentes.

(Pista: en este caso, ya saben que alguno de los dos factores debe ser cero; ya conocen una fórmula para hallar las raíces de una función cuadrática, así que podrán resolver $6x^2 + x - 1 - 0$.)



El gráfico del polinomio G(x) es el siguiente:



c. Hallen analíticamente todas las raíces.

d. Marquen en el gráfico las raíces y comparen si sus valores se corresponden con los que hallaron analíticamente.

e. Comparen sus resultados con los de algunos compañeros.

Para reflexionar

¿Qué dato del gráfico usaron para poder factorizar los polinomios?

En uno de los casos no deben de haber encontrado la forma de expresar al polinomio de grado 3 como producto de tres factores lineales (repetidos o no). ¿Cómo se refleja eso en el gráfico correspondiente?

¿Cómo pueden factorizar un polinomio conociendo las raíces del mismo? ¿Qué sucede con el gráfico, cuando hay factores lineales repetidos? (observar la posición relativa de la función respecto al eje de abscisas)

ACTIVIDAD 3

a. Dibujen, si es posible, para cada caso, un polinomio de grado 3 que satisfaga las siguientes condiciones:

1. que tenga dos raíces negativas racionales solamente;

2. que no tenga raíces;

3. que corte cuatro veces el eje de abscisas;

4. que corte el eje de abscisas en x = -2 solamente.

b. Tomando en cuenta las relaciones entre los gráficos y el factoreo de polinomios que analizaron antes, propongan una expresión analítica para cada caso. Comprueben que se adapta a los datos de sus gráficos.

Para investigar

En general, no siempre es posible calcular analíticamente en forma sencilla las raíces de un polinomio cuando es de grado mayor o igual a 3.

En el caso en que el polinomio tenga sólo coeficientes enteros hay un resultado llamado “teorema de Gauss” que permite hallar, si existen, sus raíces racionales. Investiguen este resultado.

